

 NHÀ XUẤT BẢN HỒNG ĐỨC

GIẢI TÍCH

cho Kinh tế, Quản trị,
Khoa học Sự sống & Xã hội

Ấn bản 13

Barnett Ziegler Byleen

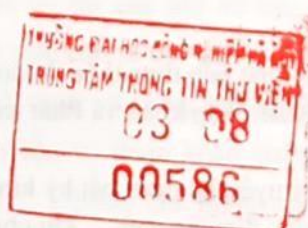
 Pearson



GIẢI TÍCH

*cho Kinh tế, Quản trị,
Khoa học Sự sống & Xã hội*

Ấn bản 13



Raymond A. Barnett, *Merritt College*
Michael R. Ziegler, *Marquette University*
Karl E. Byleen, *Marquette University*

 **Pearson**

Authorized adaptation from the United Kingdom edition, entitled *Calculus for Business, Economics, Life Sciences, and Social Sciences*, 13th Edition by Raymond A. Barnett, Michael R. Ziegler and Karl E. Byleen, ISBN: 9780321869838, published by Pearson Education, Limited, Copyright © 2015.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from Pearson Education, Limited.

Calculus for Business, Economics, Life Sciences, and Social Sciences, 13th Edition by Raymond A. Barnett, Michael R. Ziegler and Karl E. Byleen, ISBN: 9786048914080, adaptation edition published by PEARSON EDUCATION SOUTH ASIA PTE LTD, Copyright © 2018.

This adaptation edition is manufactured in Vietnam, and is authorized for sale only in Vietnam.

Giải tích cho Kinh tế, Quản trị, Khoa học Sự sống & Xã hội (Ấn bản 13)

ISBN: 9786048914080

Bản quyền tiếng Việt © 2018 xuất bản theo thỏa thuận giữa nhà xuất bản Pearson Education South Asia Pte Ltd và Công ty cổ phần Xuất nhập khẩu và Phát triển Văn hóa (CDIMEX)

Không được sao chép, in ấn, truyền tải dưới bất kỳ hình thức nào hoặc lưu trữ bằng bất kỳ phương tiện nào như đồ họa, điện tử, số hóa, đưa lên web... khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của công ty CDIMEX hoặc NXB Pearson Education.

LỜI GIỚI THIỆU

Toán học là khối kiến thức nền tảng và cũng là chìa khóa cơ bản cho việc học tập, nghiên cứu của hầu hết các ngành khoa học. Mặc dù được đánh giá cao về vai trò và vị trí trong chương trình đào tạo của hệ thống các trường Đại học tại Việt Nam, tuy nhiên, trong suốt một thời gian dài, môn Toán cao cấp dành cho các khối ngành Kinh tế, Quản trị, Khoa học Sự sống và Khoa học Xã hội (được gọi chung là Toán cao cấp C) lại được sử dụng một cách phải “vay mượn” từ các cuốn sách toán cho các khối ngành Kỹ thuật và Công nghệ. Các cuốn sách Toán cho khối ngành Kỹ thuật và Công nghệ (Toán cao cấp A) lại được xây dựng theo khối kiến thức khá “hàn lâm” và thiên về lý thuyết Toán học thuần túy. Điều này tạo nên một cảm giác “khô khan” và có phần “nhàm chán” đối với người học cũng như người dạy. Cả người học và người dạy khó có thể tìm được những ứng dụng cơ bản của Toán học lên các lĩnh vực Khoa học Xã hội, Kinh tế, Quản trị, Khoa học Đời sống và các vấn đề về Khoa học Xã hội khác.

Thực hiện theo chủ trương đổi mới, hội nhập và nâng cao chất lượng đào tạo, Trường Đại học Duy Tân đã liên kết đào tạo với một số trường Đại học uy tín của Mỹ và các nước khác trên thế giới như Carnegie Mellon, Penn State, Fullerton,... Tiếp nối việc cho ra đời phiên bản tiếng Việt đối với cuốn sách Calculus của tác giả James Stewart dành cho khối Kỹ thuật và Công nghệ, Bộ môn Toán – Khoa Khoa học tự nhiên của trường Đại học Duy Tân đã sớm tiếp cận và tham khảo cuốn sách *Calculus for Business, Economics, Life Sciences, and Social Sciences – 13th Edition* của nhóm các tác giả Barnett, Ziegler và Byleen, được xuất bản bởi Nhà xuất bản Pearson, phục vụ cho việc đào tạo Toán cao cấp C tại trường. Nhận thấy cuốn sách thực sự là một “tác phẩm đồ sộ” và đầy đủ đối với phạm vi Toán cao cấp cho các khối Kinh tế, Quản trị, Khoa học Xã hội và Khoa học Sự sống, trường Đại học Duy Tân đã chủ động làm việc với Nhà xuất bản Pearson để tiến hành dịch sang tiếng Việt và xuất bản cuốn sách này. Có thể nói rằng, cuốn sách góp phần giải quyết sự thiếu hụt yếu tố ứng dụng của Toán cao cấp trong nước hiện nay nói chung và đảm bảo được tính thống nhất trong đào tạo của Đại học Duy Tân nói riêng, khi mà các chương trình tiên tiến đã được chuyển giao và giảng dạy tại trường.

Nói về cấu trúc và nội dung của cuốn sách thì chúng ta có thể sơ lược như sau. Cuốn sách chứa đựng đầy đủ nội dung lý thuyết của Giải tích (Toán cao cấp) cần thiết cho các khối ngành không chuyên Toán, đặc biệt đối với các khối ngành Kinh tế, Quản trị, Khoa học Xã hội,... Nội dung cuốn sách tạm chia thành hai phần chính, đó là Giải tích hàm một biến và Giải tích hàm nhiều biến. Giải tích hàm một biến gồm có hai phần chính là Đạo hàm và Tích phân, và cũng tương tự cho phần Giải tích hàm nhiều biến. Điều thú vị của cuốn sách là hướng tiếp cận các khái niệm, kiến thức Toán học vào các vấn đề của đời sống hàng ngày. Người đọc sẽ cảm thấy ngạc nhiên và thú vị khi khái niệm hàm số (một khái niệm rất “Toán học”) được xuất hiện một cách nhẹ nhàng khi chúng ta tìm cách tính tiền điện, tiền nước sinh hoạt

hàng tháng, cách tính phí đi Taxi, cách tính lãi suất ngân hàng, cách tính khoản tiền trả hàng tháng khi mua hàng trả góp hay, đó là mối quan hệ giữa giá bán và lợi nhuận của một cửa hàng, mối quan hệ giữa chi phí sản xuất với lượng hàng được sản xuất...v.v. Hàm số cũng xuất hiện cùng với mối quan hệ Cung-Cầu trong sản xuất kinh doanh, vấn đề cân bằng thị trường, hay kiểm tra độ nhạy thị trường để xác định giá bán tốt nhất. Đạo hàm và ứng dụng của nó được các tác giả giới thiệu với các bài toán "tối đa hóa lợi nhuận" và "tối thiểu hóa chi phí sản xuất trung bình". Tích phân xuất hiện với vấn đề tính tổng số tiền trong tài khoản sau một thời gian chuyển tiền đều đặn và tiền được tính lãi ngay khi được chuyển vào tài khoản (bài toán hai dòng tiền), hay xác định điều kiện đảm bảo môi trường để một nhà máy được cấp giấy phép sản xuất ...v.v. Cuốn sách mang đến cho người đọc một bức tranh khá hoàn mỹ về các vấn đề của đời sống hàng ngày, sản xuất kinh doanh và cách ứng dụng các kiến thức cơ bản của toán học để giải quyết các vấn đề này để mang lại những giá trị tốt đẹp cho cuộc sống.

Để hoàn thành được cuốn sách này nhóm Dịch thuật (thuộc Khoa Khoa học tự nhiên và Trung tâm Học liệu của trường Đại học Duy Tân), với sự chủ trì của Tiến sĩ Toán học Đặng Văn Cường, đã làm việc trong suốt hơn một năm. Sau khi biên dịch xong, cuốn sách được chuyển về Bộ môn Toán và được hiệu đính bởi Tiến sĩ Toán học Đặng Văn Cường, trước khi chuyển đến Nhà xuất bản. Mặc dù đã được đọc lại nhiều lần và cũng đã tham khảo một số ý kiến của một số chuyên gia trong việc chuyển nghĩa của các từ tiếng Anh sang tiếng Việt, cuốn sách vẫn sẽ không tránh khỏi những thiếu sót, mong bạn đọc góp ý thêm để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong tái bản lần hai.

Thông qua việc xuất bản cuốn sách, Bộ môn Toán, nói riêng, và các Giảng viên Khoa Khoa học tự nhiên của trường Đại học Duy Tân, nói chung, muốn gửi lời cảm ơn sâu sắc đến Ban Giám hiệu trường Đại học Duy Tân về những nỗ lực đưa hệ thống tài liệu tiên tiến về khoa và hỗ trợ khoa hoàn tất các bản dịch cũng như xuất bản các bộ sách này! Khoa Khoa học tự nhiên cũng hy vọng sẽ tiếp tục nhận được sự hỗ trợ của Ban Giám hiệu để hoàn tất tủ sách khoa học tự nhiên của khoa trong thời gian tới.

Đại diện nhóm biên dịch

TS. ĐẶNG VĂN CƯỜNG

MỤC LỤC

PHẦN 1

Chương 1

THƯ VIỆN CÁC HÀM CƠ BẢN

Hàm và Đồ thị	2
1.1 Hàm	3
1.2 Các hàm sơ cấp: Đồ thị và Các phép biến đổi	18
1.3 Hàm tuyến tính và Hàm bậc hai	30
1.4 Hàm đa thức và Hàm hữu tỷ	52
1.5 Hàm mũ	62
1.6 Hàm Logarit	73
Chương 1 Tóm tắt và Ôn tập	84
Bài tập ôn tập chương	87

PHẦN 2

Chương 2

PHÉP TÍNH GIẢI TÍCH

Giới hạn và Đạo hàm	94
2.1 Giới thiệu về Giới hạn	95
2.2 Giới hạn vô cực và Giới hạn tại vô cực	109
2.3 Sự liên tục	121
2.4 Đạo hàm	132
2.5 Tính chất cơ bản của Đạo hàm	147
2.6 Vi phân	156
2.7 Phân tích cận biên trong Thương mại và Kinh tế	163
Chương 2 Tóm tắt và Ôn tập	174
Bài tập ôn tập	175

Chương 3

Một số chủ đề mở rộng của Đạo hàm	180
3.1 Hằng số e và Lãi kép liên tục	181
3.2 Đạo hàm của Hàm mũ và Hàm Logarit	187
3.3 Đạo hàm của Tích và Thương	196
3.4 Quy tắc hàm hợp	204
3.5 Đạo hàm hàm ẩn	214
3.6 Tốc độ tương đối	220
3.7 Độ co giãn của cầu	226
Chương 3 Tóm tắt và Ôn tập	233
Bài tập ôn tập	235

Chương 4

Đồ thị và Tối ưu	237
4.1 Đạo hàm cấp 1 và Đồ thị	238
4.2 Đạo hàm cấp 2 và Đồ thị	254
4.3 Quy tắc L'Hôpital	271
4.4 Kỹ thuật vẽ đường cong	280

	4.5 Cực đại tuyệt đối và Cực tiểu tuyệt đối.	293
	4.6 Tối ưu hóa	301
	Chương 4 Tóm tắt và Ôn tập	314
	Bài tập ôn tập	315
Chương 5	Tích phân.	319
	5.1 Nguyên hàm và Tích phân bất định	320
	5.2 Tính tích phân bằng phép đổi biến	331
	5.3 Phương trình vi phân; Sự tăng trưởng và Suy giảm	342
	5.4 Tích phân xác định	353
	5.5 Định lý cơ bản của Giải tích	363
	Chương 5 Tóm tắt và Ôn tập	375
	Bài tập ôn tập	377
Chương 6	Một số chủ đề mở rộng của Tích phân	381
	6.1 Diện tích giữa hai đường cong	382
	6.2 Một số ứng dụng trong Thương mại và Kinh tế	391
	6.3 Phương pháp tích phân từng phần	403
	6.4 Một số phương pháp tích phân khác	409
	Chương 6 Tóm tắt và Ôn tập	420
	Bài tập ôn tập	421
Chương 7	Giải tích nhiều biến	424
	7.1 Hàm nhiều biến	425
	7.2 Đạo hàm riêng	434
	7.3 Cực đại và Cực tiểu	443
	7.4 Cực đại và Cực tiểu sử dụng phương pháp nhân tử Lagrange	451
	7.5 Phương pháp bình phương bé nhất	460
	7.6 Tích phân hai lớp trên miền chữ nhật	470
	7.7 Tích phân hai lớp trên các miền tổng quát hơn	480
	Chương 7 Tóm tắt và Ôn tập	488
	Bài tập ôn tập	491
Chương 8	Các hàm lượng giác	494
	8.1 Ôn tập hàm lượng giác	495
	8.2 Đạo hàm của các hàm lượng giác	502
	8.3 Tích phân của các hàm lượng giác	507
	Chương 8 Tóm tắt và Ôn tập	512
	Bài tập ôn tập	513
Phụ lục A	Ôn tập Đại số căn bản	514
	A.1 Số thực	514
	A.2 Các phép toán trên đa thức	520
	A.3 Phân tích đa thức thành nhân tử	526
	A.4 Các phép toán trên biểu thức hữu tỉ	532
	A.5 Số mũ nguyên và Ký hiệu khoa học	538
	A.6 Số mũ hữu tỉ và căn thức.	542
	A.7 Phương trình bậc hai	548

Phụ lục B	Một số chủ đề đặc biệt	557
	B.1 Dây, Chuỗi, và Ký hiệu tổng	557
	B.2 Dây cấp số cộng và Dây cấp số nhân	563
	B.3 Định lý nhị thức	569
Phụ lục C	Bảng biểu	573
	Đáp án	A-1
	Bảng chú dẫn	I-1
	Bảng chú dẫn các ứng dụng	I-9

Nội dung tách biệt:	Các chủ đề tích phân đi kèm với Giải tích, phiên bản thứ 13, và Toán học bậc đại học, phiên bản thứ 13
Chương 1	Phương trình vi phân 1.1 Các khái niệm cơ bản 1.2 Tách biến 1.3 Phương trình vi phân tuyến tính cấp 1 Chương 1 Ôn tập Bài tập ôn tập
Chương 2	Đa thức Taylor và Chuỗi vô hạn 2.1 Đa thức Taylor 2.2 Chuỗi Taylor 2.3 Các phép toán trên chuỗi Taylor 2.4 Phép tính xấp xỉ bằng cách sử dụng chuỗi Taylor Chương 2 Ôn tập Bài tập ôn tập
Chương 3	Xác suất và Giải tích 3.1 Tích phân suy rộng 3.2 Các biến ngẫu nhiên liên tục 3.3 Giá trị kỳ vọng, Độ lệch chuẩn, và Số trung vị 3.4 Phân phối xác suất đặc biệt Chương 3 Ôn tập Bài tập ôn tập
Phụ lục A và B	(Tham khảo phần cuối của cuốn <i>Giải tích cho Kinh tế, Quản trị, Khoa học Sự sống & Xã hội</i> , phiên bản thứ 13)
Phụ lục C	Bảng biểu Bảng biểu III Diện tích nằm dưới Đường cong chuẩn tắc
Phụ lục D	Chủ đề Giải tích đặc biệt D.1 Đa thức nội suy và tỷ sai phân Đáp án Lời giải cho các bài tập đánh số lẻ Bảng chú dẫn Bảng chú dẫn ứng dụng

LỜI NÓI ĐẦU

Cuốn sách *Giải tích cho Kinh tế, Quản trị, Khoa học Sự sống & Xã hội* phiên bản thứ 13 được thiết kế cho khóa học kéo dài trong một học kỳ về Giải tích dành cho những sinh viên đã có một hoặc hai năm học đại số ở trung học phổ thông hoặc tương đương. Phương pháp tiếp cận chung của cuốn sách, được cải tiến bằng kinh nghiệm của tác giả cùng với số lớp rộng lớn đối với sinh viên năm thứ nhất, nêu ra những thách thức của việc dạy và học khi kiến thức làm điều kiện tiên quyết của mỗi sinh viên là khác nhau rất lớn.

Tác giả có ba mục đích chính khi viết cuốn sách này:

- ▶ Để viết một cuốn sách mà sinh viên có thể dễ dàng hiểu được
- ▶ Để tạo sự kết nối giữa những gì sinh viên đang học với làm thế nào để ứng dụng kiến thức đó.
- ▶ Để tạo sự linh hoạt giúp giảng viên có thể thay đổi khóa học theo nhu cầu của sinh viên

Có nhiều yếu tố đóng vai trò trong việc quyết định hiệu quả của một cuốn sách đối với sinh viên. Điều quan trọng là không chỉ cuốn sách phải chính xác và dễ đọc, mà còn để cho cuốn sách trở nên hiệu quả, các khía cạnh như là thiết kế trang, bản chất tương tác của phần trình bày, và khả năng hỗ trợ và thách thức tất cả sinh viên đều có tác động lên độ dễ hiểu của tài liệu đối với sinh viên. Đây là một số cách mà cuốn sách này giải quyết được nhu cầu của sinh viên ở mọi cấp độ:

- ▶ Bố cục của trang hoàn toàn không có các yếu tố có tiềm năng gây mất tập trung.
- ▶ *Bài tập luyện tập* đi kèm theo mỗi ví dụ được giải hoàn chỉnh giúp cho sinh viên có được kiến thức vững chắc về những chủ đề cơ bản và đánh giá được mức độ hiểu biết của riêng chúng trước khi tiếp tục.
- ▶ Phần ôn tập (Phụ lục A và Chương 1) có thể được sử dụng một cách đúng đắn để giúp khắc phục những lỗ hổng trong kiến thức được cho là điều kiện tiên quyết.
- ▶ *Bài kiểm tra đầu vào* như là điều kiện tiên quyết nằm trước Chương 1 giúp sinh viên đánh giá được những kỹ năng của chúng, đồng thời phần *Ôn tập Đại số căn bản* ở Phụ lục A cung cấp cho sinh viên những nội dung mà chúng cần để khắc phục những kỹ năng đó.
- ▶ Các bài tập *Nghiên cứu và Thảo luận* dẫn đến phần thảo luận về những khái niệm mới hoặc dựa trên chủ đề hiện tại. Chúng giúp cho sinh viên ở mọi cấp độ hiểu sâu hơn về những khái niệm toán học thông qua những câu hỏi kích thích suy nghĩ trong lớp học ít và đông sinh viên.
- ▶ Giảng viên có thể dễ dàng soạn bài tập giao về nhà đáp ứng tốt nhất nhu cầu của sinh viên bằng cách tận dụng nhiều dạng và các độ khó khác nhau của bài tập. Bài tập nằm ở cuối mỗi mục bao gồm phần *Bài tập luyện kỹ năng* (gồm 4 đến 8 bài tập ôn lại kiến thức tiên quyết riêng biệt cho mục đó) theo sau đó là những bài tập được chia thành các phạm trù A, B, C theo độ khó, trong đó bài tập cấp độ C là khó nhất.
- ▶ Khóa học MyMathLab dành cho cuốn sách này được thiết kế để giúp sinh viên tự giúp đỡ bản thân chúng và cung cấp cho giảng viên những thông tin về sự tiến bộ của chúng để họ có thể hành động. Phản hồi ngay tức khắc mà sinh viên nhận được khi làm bài tập về nhà và thực hành ở MyMathLab là vô giá, cuốn sách điện tử dễ dàng truy cập thúc đẩy sinh viên học tập theo cách mà đôi khi sách in không thể làm được.

Điều quan trọng nhất, tất cả sinh viên có những trải nghiệm bổ ích trong việc lập mô hình và giải các bài toán thực tế thông qua các ví dụ và bài tập ứng dụng được chọn lọc từ kinh tế, quản trị, khoa học sự sống, và khoa học xã hội. Sự quan tâm lớn nhất khi viết cuốn sách này là độ chính xác về toán học, cùng với sự nhấn mạnh về các kỹ năng tính toán, ý tưởng, và cách giải quyết vấn đề hơn là lý thuyết toán học.

Cuối cùng, việc chọn lựa và tính độc lập của các chủ đề làm cho cuốn sách dễ dàng điều chỉnh theo nhiều khóa học khác nhau (xem biểu đồ về sự phụ thuộc của các chương ở trang xi). Cuốn sách này là một trong ba cuốn sách thuộc bộ sách về toán học bậc đại học của tác giả. Hai cuốn sách còn lại là *Toán hữu hạn cho Kinh tế, Quản trị, Khoa học Sự sống & Xã hội* (*Finite Mathematics for Business, Economics, Life Sciences, and Social Sciences*), và *Toán bậc đại học cho Kinh tế, Quản trị, Khoa học Sự sống & Xã hội* (*College Mathematics for Business, Economics, Life Sciences, and Social Sciences*); cuốn sau bao gồm những nội dung chọn lọc của hai cuốn kia. Các chủ đề bổ sung về Giải tích, phần bổ sung được viết kèm theo bộ Barnett/Ziegler/Byleen, có thể được sử dụng kết hợp với bất kỳ trong số những cuốn này.

Điểm mới trong ấn bản này

Điểm cơ bản về tính hiệu quả của cuốn sách là cách sử dụng trong lớp học và sự phản hồi. Trong ấn bản thứ 13 này, cuốn *Giải tích cho Kinh tế, Quản trị, Khoa học Sự sống & Xã hội* có lợi ích đáng kể từ cả hai. Những cải tiến trong ấn bản này phát triển từ sự hồi đáp phong phú từ rất nhiều người sử dụng những ấn bản trước và mới nhất cũng như những kết quả khảo sát từ giảng viên, khoa toán, đặc điểm chính của khóa học, và danh mục liệt kê của khoa. Trong ấn bản này,

- ▶ Bài kiểm tra đầu vào như là điều kiện tiên quyết đã được sửa lại để nhận ra những thiếu hụt trong kiến thức tiên quyết là nguyên nhân làm sinh viên khó học giải tích.
- ▶ Chương 1 và 2 của ấn bản trước đã được sửa lại và kết hợp lại để tạo nên chương giới thiệu (Chương 1) về hàm và đồ thị.
- ▶ Hầu hết các bộ bài tập bây giờ đều bắt đầu bằng phần *Bài tập luyện kỹ năng* - gồm 4 đến 8 bài tập ôn lại kiến thức tiên quyết riêng biệt cho mục đó vừa đúng lúc. Những phần tham khảo để ôn lại tài liệu được cho ở mục đáp án của cuốn sách vì lợi ích của những sinh viên gặp khó khăn với bài tập luyện kỹ năng này và cần bồi dưỡng lại kiến thức.
- ▶ Mục 6.4 được viết lại để bao hàm cả quy tắc hình thang và quy tắc Simpson.
- ▶ Các ví dụ và bài tập có dữ liệu và bối cảnh được cập nhật.
- ▶ Nội dung trình bày được đơn giản hóa và làm cho dễ hiểu xuyên suốt cả cuốn sách.
- ▶ Ấn bản dành cho Giảng viên có kèm chủ thích cũng có trong ấn bản này, đưa ra đáp án cho những bài tập nằm ngay cùng trang (bất cứ khi nào có thể). Các mẹo giảng dạy giúp những giảng viên có ít kinh nghiệm hiểu sâu hơn về khó khăn thường gặp ở sinh viên, đề xuất cách tiếp cận một chủ đề, hoặc nhắc lại những kỹ năng tiên quyết nào mà sinh viên sẽ cần đến. Cuối cùng, độ khó của bài tập được chỉ rõ chỉ ở ấn bản dành cho giảng viên nhằm tránh việc sinh viên không nỗ lực giải những bài tập cấp độ "C" được xem là khó nhất.
- ▶ *MyMathLab* đối với cuốn sách này đã được đề cao rất nhiều trong lần chỉnh sửa này. Đáng chú ý nhất, phần "Sẵn sàng cho Chương X" được thêm vào ở mỗi chương làm nguồn tài nguyên tự chọn cho giảng viên và sinh viên như là cách để nêu ra những kỹ năng tiên quyết mà sinh viên cần có, và thường là thiếu, đối với mỗi chương. Còn nhiều cải tiến khác nữa. Hãy xem phần mô tả chi tiết ở trang xiv và xv.

Những điểm đặc trưng tạo sự tin cậy

Sự nhấn mạnh và Phong cách

Như đã nêu ở trước, cuốn sách này được viết nhằm giúp sinh viên hiểu. Với mục đích đó, trọng tâm là làm cho cuốn sách vừa chính xác về toán học vừa dễ tiếp cận đối với sinh viên. Nhiều phép suy luận và phép chứng minh được bỏ qua, ngoại trừ ở những chỗ cần có để giúp hiểu sâu một khái niệm cụ thể, vì cuốn sách nhấn mạnh về kỹ năng tính toán, ý tưởng, cách giải quyết vấn đề hơn là lý thuyết toán học. Những khái niệm tổng quát và kết quả thường được trình bày chỉ sau khi đã thảo luận các trường hợp cụ thể.

Thiết kế

Một trong những đặc điểm phân biệt của cuốn sách này là sự **thiết kế đẹp, dễ hiểu** ở các trang sách. Sự di chuyển qua lại giữa các trang được làm đơn giản bằng một hệ thống phân bậc rõ ràng cho các chủ đề chính và việc sử dụng đúng đắn các ô chú thích và các điểm đặc trưng về sự phạm. Chúng tôi quyết định như vậy nhằm duy trì bản thiết kế gồm

hai màu sắc để giúp sinh viên tập trung vào toán học và ứng dụng. Cho dù sinh viên bắt đầu ở phần mở đầu chương hay ở phần bài tập thì chúng đều có thể dễ dàng tham khảo lại nội dung, các ví dụ, và phần *Hiểu sâu khái niệm* mà chúng cần phải hiểu chủ đề gần ngay đó. Cuối cùng, việc sử dụng màu sắc làm cải thiện tính rõ ràng của nhiều minh họa, đồ thị, và lời giải thích, và hướng dẫn sinh viên thông qua các bước quan trọng (xem các trang 22, 75, và 306).

Ví dụ và Bài tập luyện tập

Có hơn 300 ví dụ có lời giải hoàn chỉnh được sử dụng để giới thiệu các khái niệm và để minh họa cho phương pháp giải. Nhiều ví dụ gồm có nhiều phần, điều này làm tăng đáng kể tổng số ví dụ được giải. Những ví dụ được chú thích bằng cách sử dụng phần chữ màu xanh ở bên phải của mỗi bước, và mỗi bước giải được nhận biết rõ ràng. **Để hỗ trợ thêm cho sinh viên** trong việc hiểu rõ các ví dụ, các ô nét đứt được sử dụng để viền quanh những bước mà thường là xuất hiện trong suy nghĩ và hiếm khi được đề cập ở những cuốn sách khác (xem Ví dụ 4 ở trang 9). Mặc dù một số sinh viên có thể không cần đến những bước bổ sung này nhưng đa số sẽ hiểu rõ rằng tác giả không giả định rằng chúng đã có trước nhiều kiến thức.

VÍ DỤ 2

Các tiếp tuyến Cho $f(x) = (2x - 9)(x^2 + 6)$.

(A) Tìm phương trình tiếp tuyến với đồ thị $f(x)$ tại $x = 3$.

(B) Tìm (các) giá trị của x mà tại đó tiếp tuyến nằm ngang.

GIẢI

(A) Trước tiên, hãy tìm $f'(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 9)(x^2 + 6)' + (x^2 + 6)(2x - 9)' \\ &= (2x - 9)(2x) + (x^2 + 6)(2) \end{aligned}$$

Sau đó, tìm $f(3)$ và $f'(3)$:

$$f(3) = [2(3) - 9](3^2 + 6) = (-3)(15) = -45$$

$$f'(3) = [2(3) - 9]2(3) + (3^2 + 6)(2) = -18 + 30 = 12$$

Bây giờ, tìm phương trình tiếp tuyến tại $x = 3$:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) & y_1 &= f(x_1) = f(3) = -45 \\ y - (-45) &= 12(x - 3) & m &= f'(x_1) = f'(3) = 12 \\ y &= 12x - 81 & & \text{Đường tiếp tuyến tại } x = 3 \end{aligned}$$

(B) Tiếp tuyến nằm ngang tại giá trị bất kỳ của x sao cho $f'(x) = 0$, vì vậy

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 9)2x + (x^2 + 6)2 = 0 \\ 6x^2 - 18x + 12 &= 0 \\ x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ (x - 1)(x - 2) &= 0 \\ x &= 1, 2 \end{aligned}$$

Tiếp tuyến nằm ngang tại $x = 1$ và tại $x = 2$.

Luyện tập 2

Lặp lại Ví dụ 2 với $f(x) = (2x + 9)(x^2 - 12)$.

Sau mỗi ví dụ là một bài *Luyện tập* tương tự để sinh viên thực hiện khi đọc tài liệu. Điều này làm sinh viên chủ động tham gia vào quá trình học tập. Đáp án cho những bài tập luyện tập này nằm ở cuối mỗi mục để dễ tham khảo.

Nghiên cứu và Thảo luận

Hầu hết mỗi mục đều có các bài toán *Nghiên cứu và Thảo luận* nằm ở những vị trí thích hợp để khuyến khích sinh viên suy nghĩ về mối quan hệ hoặc quy trình trước khi nêu ra kết quả hoặc để nghiên cứu tỉ mỉ những hệ quả bổ sung từ sự phát triển trong phần lý thuyết. Điều này nhằm khuyến khích tư duy phản biện và kỹ năng giao tiếp. Tài liệu về *Nghiên cứu và Thảo luận* có thể được sử dụng cho các buổi thảo luận tại lớp hoặc các hoạt động nhóm bên ngoài lớp học và hiệu quả trong cả ở lớp học ít và đông sinh viên.

Phần mới trong ấn bản này, những chú thích trong ấn bản dành cho giảng viên đưa ra những mẹo dành cho giảng viên có ít kinh nghiệm về cách khuyến khích sinh viên tham gia vào những hoạt động *Nghiên cứu và Thảo luận*, mở rộng chủ đề, hoặc chỉ hướng dẫn sinh viên trả lời.

- Nghiên cứu và Thảo luận 1** Cho $F(x) = x^2$, $S(x) = x^3$, và $f(x) = F(x)S(x) = x^5$. Giá trị của $f'(x)$ là?
- (A) $F'(x)S'(x)$ (B) $F(x)S'(x)$
 (C) $F'(x)S(x)$ (D) $F(x)S'(x) + F'(x)S(x)$

Tập hợp các bài tập

Cuốn sách có hơn 4,500 bài tập được lựa chọn và phân chia cấp độ cẩn thận. Nhiều bài tập gồm có nhiều phần, điều này làm tăng đáng kể tổng số bài tập. Các bài tập được nhóm thành đôi sao cho các bài tập được đánh số lẻ và số chẵn nằm kế tiếp nhau có cùng một dạng và cùng độ khó. Mỗi bộ bài tập được thiết kế nhằm giúp giảng viên có thể soạn ngay đúng bài tập giao cho sinh viên. Các bộ bài tập được phân loại thành Bài tập luyện kỹ năng (ôn lại kiến thức tiên quyết), và chỉ trong phạm vi Ấn bản dành cho giảng viên có chú thích mới được chia thành A (phương pháp dễ, thông thường), B (phương pháp khó hơn), và C (phương pháp khó và có lý thuyết) để giúp giảng viên dễ soạn bài tập phù hợp với lớp của họ. *Bài tập viết*, được ra dấu bằng biểu tượng , tạo cơ hội cho sinh viên biểu lộ sự hiểu biết của chúng về chủ đề trong bài viết. Đáp án cho tất cả các bài toán được đánh số lẻ nằm ở cuối cuốn sách.

Ứng dụng

Mục tiêu chính của cuốn sách này là cho sinh viên trải nghiệm phong phú về việc lập mô hình và giải quyết các bài toán trong thực tế. Ứng dụng được đưa vào đủ để thuyết phục với cả sinh viên có tư tưởng đa nghi nhất rằng toán học thực sự hữu ích (xem phần Bảng chú dẫn các Ứng dụng nằm ở cuối cuốn sách). Gần như mỗi bộ bài tập đều có bài tập ứng dụng, gồm những ứng dụng từ kinh tế, quản trị, khoa học sự sống, và khoa học xã hội. Giảng viên có sinh viên từ cả ba ngành học này có thể cho phép chúng lựa chọn những ứng dụng từ lĩnh vực quan tâm của riêng chúng; nếu phần lớn sinh viên đến từ một trong ba lĩnh vực này, thì hãy đặc biệt nhấn mạnh vào đó. Phần lớn các ứng dụng là sự đơn giản hóa các vấn đề trong thực tế do những tờ báo chuyên nghiệp và những cuốn sách truyền cảm hứng. Không đòi hỏi phải có kinh nghiệm chuyên môn nào để giải quyết bất kỳ bài toán ứng dụng nào.

Những điểm đặc trưng bổ sung về sự phạm

Những điểm đặc trưng sau, mặc dù là hữu ích với mọi sinh viên, là đặc biệt hữu ích với những sinh viên đăng ký vào lớp học đông mà ở đó khó hoặc ít khi tiếp cận giảng viên. Những điểm đặc trưng này đưa ra những chỉ dẫn rất cần thiết cho sinh viên khi chúng thảo luận những khái niệm khó.

- **Những ô chú thích** làm nổi bật những khái niệm quan trọng, kết quả, và các quy trình theo các bước (xem các trang 57, 63–64).

- **Những câu phát biểu trong phần chú ý** xuất hiện xuyên suốt cuốn sách ở những nội dung mà sinh viên thường mắc lỗi sai (xem các trang 82, 274, và 332).

⚠ CHÚ Ý Biểu thức $0/0$ không biểu trưng cho một số thực và sẽ không bao giờ được sử dụng như là giá trị của một giới hạn. Nếu giới hạn có dạng vô định là $0/0$ thì luôn cần phải nghiên cứu kỹ hơn nữa để xác định liệu có tồn tại giới hạn và để tìm giá trị của giới hạn nếu có tồn tại. ▲

- **Hiểu sâu khái niệm**, xuất hiện gần như ở mỗi mục, thường tạo sự kết nối rõ ràng với kiến thức trước đó, nhưng thường khuyến khích sinh viên suy nghĩ vượt ra khỏi kỹ năng mà chúng đang làm việc với và đạt đến tầm nhìn khai sáng hơn về những khái niệm gần đó (xem các trang 56–57, 116, và 306).

HIỂU SÂU

Thay vì liệt kê các điểm tại đó hàm số gián đoạn, đôi khi rất hữu ích khi nêu các khoảng mà hàm số liên tục trên các khoảng đó. Sử dụng **phép hợp** của tập hợp, được biểu thị bằng $\cup$, chúng ta có thể diễn đạt tập hợp các điểm tại đó hàm số ở Ví dụ 1 liên tục như sau:

$$(-\infty, -4) \cup (-4, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, 3) \cup (3, \infty)$$

- **Bài kiểm tra đầu vào như là điều kiện tiên quyết** được sửa mới, nằm ở đầu cuốn sách, cung cấp cho sinh viên một công cụ để đánh giá những kỹ năng tiên quyết của chúng trước khi tham gia khóa học. Phần **Ôn tập Đại số căn bản**, ở Phụ lục A, cung cấp cho sinh viên 7 mục nội dung để giúp chúng khắc phục các lĩnh vực cụ thể cần thiết. Đáp án của Bài kiểm tra này nằm ở cuối cuốn sách và các mục tham khảo cụ thể ở phần Ôn tập Đại số căn bản hoặc Chương 1 dành cho sinh viên sử dụng vào mục đích khắc phục đó.

Máy tính có chức năng vẽ đồ thị và Công nghệ bảng tính

Mặc dù giả định là không sử dụng máy tính có chức năng vẽ đồ thị hoặc bảng tính nhưng rất có khả năng nhiều sinh viên sẽ cần phải sử dụng công nghệ này. Để hỗ trợ những sinh viên này, các hoạt động tùy chọn về máy tính vẽ đồ thị và bảng tính được đưa vào những vị trí phù hợp. Chúng bao gồm những thảo luận ngắn gọn trong phần lý thuyết, những ví dụ hoặc những phần trong ví dụ được giải quyết trên máy tính vẽ đồ thị hoặc bảng tính, và những bài tập dành cho sinh viên tự giải. Ví dụ, nội dung về hồi quy tuyến tính và bậc hai được giới thiệu ở Mục 1.3, và các phương pháp hồi quy trên máy tính vẽ đồ thị được sử dụng ở những điểm phù hợp để minh họa cho việc lập mô hình toán học bằng dữ liệu thật. Tất cả tài liệu có tùy chọn máy tính vẽ đồ thị đều được nhận biết rõ ràng với biểu tượng  và có thể bỏ qua nếu thiếu sự liên tục, nếu muốn. Tài liệu có tùy chọn bảng tính được nhận biết với biểu tượng . Màn hình máy tính vẽ đồ thị hiển thị trong sách là kết quả thực sự từ máy tính vẽ đồ thị TI-84 Plus.

Ôn tập chương

Thông thường, chính trong thời gian chuẩn bị cho bài kiểm tra hết chương thì những khái niệm mới hình thành trong sinh viên, điều này làm cho phần ôn tập chương trở nên đặc biệt quan trọng. Các mục ôn tập chương trong cuốn sách này bao gồm nội dung tóm tắt toàn diện các thuật ngữ, ký hiệu, và khái niệm quan trọng, là chìa khóa cho các ví dụ có lời giải, sau đó là bộ Bài tập ôn tập. Đáp án cho Bài tập ôn tập nằm ở cuối sách; mỗi đáp án đều ghi mục cần tham khảo mà ở đó đã thảo luận dạng bài tập để sinh viên có thể khắc phục những thiếu sót trong kỹ năng của chúng.